

**О.Б.Цехан, А.В.Чмак**

## **ОДИН ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ГРАФИКОВ РАБОТЫ СОТРУДНИКОВ ДЛЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ СЛУЧАЙНОГО ПОТОКА ЗАЯВОК**

*Для построения рациональных графиков работы сотрудников, обслуживающих поступающие случайным образом заявки, предлагается подход, основанный на модели булевого стохастического программирования. Приведен пример такой модели для построения графиков работы сотрудников таможенного поста с целью обслуживания случайного потока автомобилей через границу (по критерию минимизации количества отработанных смен). Решение задачи основано на построении детерминированных эквивалентов модели. Разработан и программно реализован алгоритм нахождения решения детерминированной задачи, позволяющий строить рациональные графики работы персонала.*

**Введение. Постановка проблемы.** Проблема рациональной организации работы систем, обслуживающих поступающие случайным образом заявки, возникает в различных экономических системах, когда используя ограниченное количество механизмов обслуживания (продавцов, диспетчеров, контролеров, машинистов метро и т.п., в дальнейшем - сотрудников), следует спланировать их режим работы с учетом различных ограничений (гигиенических, технологических и т.п.), требований трудового кодекса и других нормативных актов. При этом, учитывая основную экономическую цель – получение наибольшей прибыли, следует минимизировать занятость сотрудников, стремясь вместе с тем к тому, чтобы они наилучшим образом справлялись с поступающим потоком заявок. Как правило, поток поступления заявок зависит от большого количества факторов и носит случайный характер.

Примером такой задачи может быть проблема составления месячного графика выхода на работу обслуживающего персонала магазина в соответствии с изменяющейся интенсивностью покупательского потока, режимом работы магазина, учетом необходимости чередовать сменность работы. Другим примером является организация работы сотрудников пунктов таможенного оформления (ПТО). Поток движущихся транспортных средств непостоянен и изменяется с течением времени под воздействием различных, в том числе и случайных факторов, связанных с изменяющейся экономической или политической ситуацией внутри страны или за её пределами, а также под влиянием сезонных

колебаний. Поэтому возникает проблема оптимизации деятельности работы таможенного поста, при котором пропускная способность будет наиболее соответствовать транспортному потоку в конкретный момент времени. Одним из факторов, влияющих на уменьшение или увеличение пропускной способности, является количество сотрудников таможенной службы, работающих в данный момент времени на пункте пропуска. Поэтому для рациональной деятельности таможенного поста необходимо планирование графиков работ штата с целью минимизации очереди на границе.

С научной точки зрения описанная выше проблема приводит к задачам календарного планирования, математические модели и методы решения которых изучаются в рамках теории расписаний. Это известная NP-трудная задача дискретной оптимизации [1], исследуемая более сорока лет. На сегодняшний день теория и практика дискретного программирования не является совершенной и полностью исследованной даже для задач в детерминированной постановке. В большинстве случаев при составлении календарных планов графика работы, как правило, приходится ориентироваться на эвристические методы. Тем более сложной является проблема рационального календарного планирования в условиях неопределенности.

В работе описан, основанный на математическом моделировании подход для составления рациональных графиков работы сотрудников в условиях стохастической неопределенности.

**Модель оптимизации графика работы сотрудников пунктов таможенного оформления в условиях стохастической неопределенности.** В Гродненской региональной таможне имеются три пункта пропуска автотранспорта: «Брузги», «Привалка» и «Береставица». Через данные пункты пропуска осуществляется передвижение легковых, грузовых автомобилей и автобусов.

В произвольный момент времени количество автомобилей, прибывших на границу, может превысить пропускную способность обслуживания ПТО за смену, в результате чего на границе образуется очередь, что вызывает недовольство граждан. А в другой момент времени (например ночью) поток транспортных средств наоборот может быть очень маленький, в результате чего смена сотрудников может быть полностью не задействована в работе.

Задача состоит в разработке такого графика работы сотрудников, чтобы минимизировать количество отработанных сотрудниками смен при условии, что пункт таможенного оформления справляется с входящим потоком автомобилей.

Составим математическую модель построения рационального графика работы сотрудников ПТО, учитывающую случайный характер потока автотранспорта. На таможенном пункте пропуска работают  $n$  человек в дневную и ночную смены (каждая по 12 часов). В соответствии с гигиеническими нормами труда если сотрудник работает в дневную смену, то после этого он должен отдыхать не менее 24 часов. Если же сотрудник работает в ночную смену, то следующие 48 часов ему полагается отдых.

График сотрудников будем составлять для всех сотрудников смены за исключением начальников смены (4 человека), т.к. присутствие одного из них обязательно в каждый день работы. Т.о. мы переходим от планирования графика работы смены к графику работы каждого сотрудника.

Введём следующие обозначения:  $i$  – индекс смены,  $i = \overline{1, m}$ ,  $m$  – количество рассматриваемых для планирования 12 часовых смен;  $j$  –

индекс сотрудника ( $j = \overline{1, n}$ );  $k$  – индекс:  $k = \begin{cases} 0, & \text{работа днем,} \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases}$ ;

$d$  – день недели ( $d = \overline{1, 7}$ );  $x_d^k(w)$  – случайная величина, характеризующая количество автомобилей, приходящих на ПТО за  $d$ -ый день недели днём (если  $k = 0$ ) или ночью (если  $k = 1$ ),  $s(w)$  – интенсивность работы в нормальном режиме одного сотрудник за одну смену (случайная величина),  $t_m$  – количество смен, которые сотрудник должен отработать из  $m$  смен ( $m/2$  дней (например, за месяц)).

Введём переменные  $y_{ij}^k \in \{0; 1\}$ :

$y_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{если } j\text{-ый сотрудник работает на } i\text{-ые сутки днём (} k=0 \text{) или ночью (} k=1 \text{),} \\ 0, & \text{если сотрудник не работает} \end{cases}$

Задача оптимизации по критерию минимизации занятости сотрудников ПТО имеет вид:

$$c \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n y_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$s(w) \sum_{j=1}^n y_{ij}^k \geq x_d^k(w), \quad i = \overline{1, n}, \quad d = \overline{1, 7}, \quad k = \overline{0, 1}; \quad (2)$$

$$y_{ij}^0 \times (y_{ij}^1 + y_{ij+1}^0) = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n-1}; \quad (3)$$

$$y_{ij}^1 \times (y_{ij+1}^1 + y_{ij+1}^0 + y_{ij+2}^1 + y_{ij+2}^0) = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n-2}; \quad (4)$$

$$\sum_{k=0}^1 \sum_{j=1}^n y_{ij}^k \leq t_m, \quad i = \overline{1, m}, \quad y_{ij}^k \in \{0; 1\}. \quad (5)$$

Задача (1)-(5) – задача нелинейного булевого стохастического программирования. Стохастическое ограничение (5) может быть сформулировано в различных постановках, отражающих различные понятия удовлетворения стохастических ограничений [2].

При М-постановке [5] задачи стохастического программирования (1)-(5) детерминированный эквивалент ограничения (2) имеет вид

$$M(s(w)) \sum_{j=1}^n y_{ij}^k \geq M(x_d^k(w)), \quad \forall i \in I_d, d = \overline{1, 7}, k = \overline{0, 1}, i = \overline{1, m}, \quad (6)$$

где  $M(z)$  – математическое ожидание случайной величины  $z$ . Решая задачу в М-постановке, находим такой график работы сотрудников, при котором на горизонт планирования минимально количество отработанных сотрудниками смен и ПТО в среднем справляется в любой момент периода планирования с потоком автотранспорта.

Если  $s(w), x_d^k(w), k = \overline{0, 1}, d = \overline{1, 7}$  – независимые нормально распределенные случайные величины, то при Р-постановке задачи стохастического программирования детерминированный эквивалент ограничения (2) имеет вид:

$$M(s(w)) \sum_{j=1}^n y_{ij}^k \geq M(x_d^k(w)) - \Phi^{-1}(1-\alpha) (\nu^2 \sum_{j=1}^n y_{ij}^k + (\sigma_d^k)^2), \quad \forall i \in I_d, d = \overline{1, 7}, k = \overline{0, 1}, i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

где  $\sigma_d^k$  – среднее квадратическое отклонение СВ  $x_d^k$ ,  $\nu$  – среднее квадратическое отклонение СВ  $s(w)$ , а  $\Phi^{-1}(z)$  – функция, обратная к функции Лапласа. Решая задачу в Р-постановке, находим такой график, при котором на горизонт планирования минимально количество отработанных сотрудниками смен и ПТО справится с потоком автотранспорта в любой момент периода планирования с вероятностью не менее заданной величины  $\alpha$ .

**Параметрическая идентификация модели.** Для того чтобы применить модель (1)-(5) для нахождения оптимального графика работы сотрудников ПТО, необходимо иметь информацию о характеристиках случайных величин, входящих в модель. Эта параметрическая идентификация выполняется на основе статистических данных, в частности, о потоке различных видов транспорта, пересекающих границу через посты Гродненской региональной таможни [3]. Так, на основании данных о количестве транспорта, пересекающего границу (по дням в течении некоторого периода) анализируем динамику потока транспортных

средств. В частности, анализ динамики потока легкового автотранспорта, принадлежащего гражданам РБ, пересекающих границу через ПТО «Брузги-2», показал (см. рис.), что потоки машин на въезд и на выезд изменяются практически синхронно. Это подтверждает и коэффициент корреляции двух рядов данных, который превышает 0,767. При этом можно заметить некоторую цикличность по дням недели.

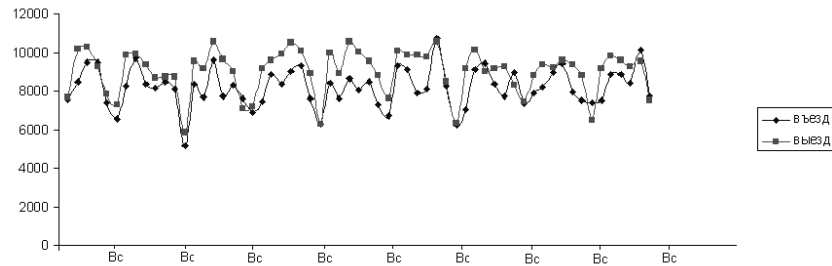


Рисунок. – Перемещение через границу легковых автомобилей, принадлежащих гражданам РБ

Рассматриваем потоки на въезд и выезд на пунктах пропуска как случайные величины (по дням недели) и находим их основные выборочные характеристики и закон распределения. Для нахождения этих характеристик использовался пакет Statistica 6.0. В результате с помощью критерия хи-квадрат установлено, что все случайные величины подчиняются нормальному закону распределения, найдены их математические ожидания и дисперсии, которые затем используются в детерминированных эквивалентах (6) и (7).

**Алгоритм и программная реализация решения задачи.** Детерминированные эквиваленты задачи (1)-(5) относятся к классу задач нелинейного булевого программирования. При решении таких задач, как правило, приходится ориентироваться на эвристические методы, с помощью которых удастся получить сравнительно хорошие решения [1]. Авторами предложен и программно реализован эвристический алгоритм, суть которого состоит в последовательном составлении графика работы каждого сотрудника с максимальной его занятостью с учетом режима труда и отдыха, описанного выше (ограничения (3)-(4)) и количеством смен, которые сотрудник может отработать (ограничение (5)). Причем если в какую-то смену количества сотрудников уже хватает для обслуживания ожидаемого потока (выполнено ограничение (2)), то в этот день следующий сотрудник не будет работать. При таком алгоритме планирования количество отработанных часов всеми сотрудниками за все смены является минимальным достаточным для того, чтобы ожи-

даемый поток транспортных средств был обслужен. т.е. полученный график будет приближенным решением задачи (1), (3)-(6) или задачи (1), (3)-(5),(7).

**Заключение.** Предложенный в работе подход, основанный на построении модели булевого стохастического программирования и разработке соответствующих алгоритмов оптимизации, может быть адаптирован для решения других задач календарного планирования в условиях стохастической неопределенности. Разработанная программа позволяет строить оптимальные графики работы по критерию минимума количества отработанных сотрудниками смен с учетом необходимости полностью обслужить случайный поток заявок и может быть использована в практике управления занятостью персонала.

#### *Литература*

1. Корбут, А.А.,Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. — М.:Наука, 1969. — 386с.
2. Юдин, Д.Б. Математические методы управления в условиях стохастической информации / Д.Б. Юдин – М.: Сов. радио, 1974, – 400 с.
3. Чмак, А.В. Анализ потока автотранспорта проходящего через пункты пропуска Гродненской региональной таможни / А.В. Чмак // Молодежь и наука: реальность и будущее: Материалы III Международной научно-практической конференции /Редкол.: В.А.Кузьмищев, О.А.Мазур, Т.Н.Рябченко, А.А.Шатохин: в 6 томах. – Невинномысск: НИЭУП, 2010. Том V.: – С 506 - 508.

*On an instance of work of points of customs registration some problems in the organisation of work of the system serving casual requests are presented. For construction of rational schedules of work the approach based on the model of stochastic programming is offered. The instance of such model for construction of schedules of work of employees of a customs post for the purpose of service of a casual stream of cars through boundary line (by criterion of minimization of expenses of work) is presented. The problem solution is based on construction of the determined equivalent modl. The computer module is developed, that allows to find solutions of the determined problem and to build the near to optimum schedules of work of the personnel*

**Цехан Ольга Борисовна**, зам. декана факультета экономики и управления УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы», канд.физ.-мат.наук, доцент. Гродно, Беларусь

**Чмак Александр Владимирович**, старший инспектор отдела информационных технологий и информационной безопасности Гродненской региональной таможни. Гродно, Беларусь